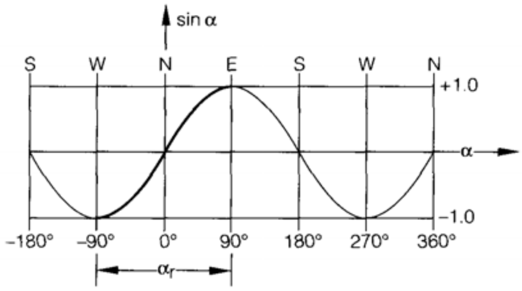
0. Mathematische Vorbemerkungen

0.1Trigonometrische Funktionen

α_r ist der Winkelwert, wie er von Taschenrechnern bei der Berechnung inverser trigonometrischer Funktionen üblicherweise angezeigt wird. Bei der Berechnung des Azimuts tritt an die Stelle von α_r Az_r.

0.1.1Sinus - Funktion

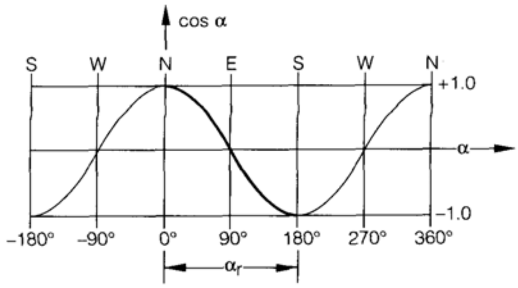
Angezeigter Winkelwert: -90° $\geq \alpha_r \geq$ +90°



1. Wert: $\alpha=\alpha_r$ 2.Wert: $\alpha=180°-\alpha_r$

0.1.2Kosinus – Funktion

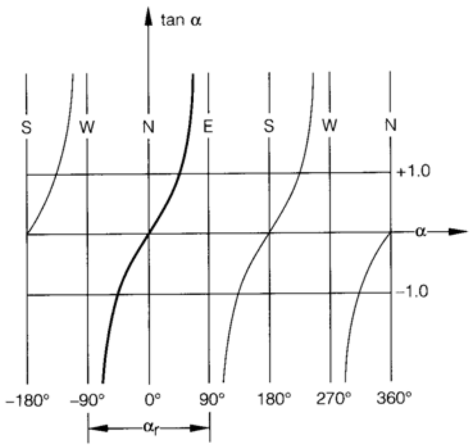
Angezeigter Winkelwert: 0° $\leq \alpha_r \leq$ 180°



1. Wert: $\alpha=\alpha_r$ 2.Wert: $\alpha=360°-\alpha_r$

0.1.3Tangens- Funktion

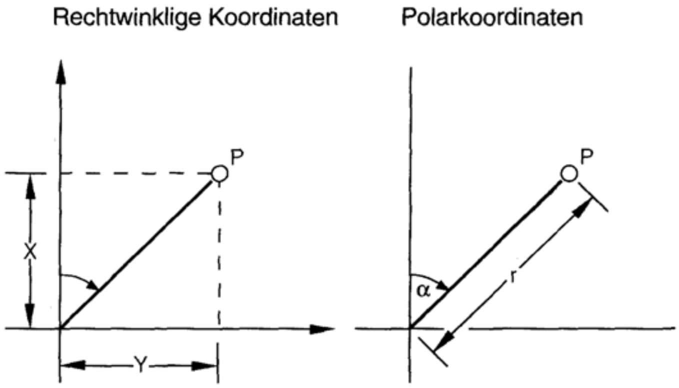
Angezeigter Winkelwert: -90° $\leq \alpha_r \leq$ +90°



1. Wert: $\alpha=\alpha_r$ 2.Wert: $\alpha=180°+\alpha_r$

0.2Polarkoordinatentransformation

Viele Taschenrechner besitzen die Möglichkeit, rechtwinklige (kartesische) Koordinaten in Poloarkoordinaten umzuwandeln und umgekehrt.
Diese Taschenrechnerfunktionen können bei vielen Anwendungen nützlich sein.



In der Formelsammlung benutzte Schreibweise:
[x,y] (r,α)

Für die Umrechnung von einem System in das andere gilt:

x	=	$r * \cos\ \alpha$	r	=	$\sqrt{x^2+y^2}$
y	=	$r * \sin \alpha$	$\tan \alpha$	=	$\frac{y}{x}$

Bei der Eingabeder rechtwinklichten Koordinaten y und x ermittelt der Taschenrechner nach Eingabe des Umrechnungsbefehls P (→Polarkoordinaten) [x,y] → (r, α) den vollkreisigen und somit eindeutigen Winkel α ($-180° \leq \alpha_r \leq +180°$), sowie den Radius r (Distanz zum Mittelpunkt).
Im umgekehrten Fall ermittelt der Taschenrechner aus dem Winkelwert α und dem Radius r bei Eingabe des Umrechnungsbefehls R (→rechtwinklige Koordinaten) (r, α) →[x,y] gleichzeitig x (=r*cos α) und y (=r*sin α).
In welcher Reihenfolge α, r bzw. y, x eingegeben werden müssen und in welchen Registern sich die Ereignisse befinden, hängt vom Rechnertyp ab.

0.3Vorzeichenvereinbarung

Für die Benutzung von Winkelgrößen (φ,6 usw.) in den Taschenrechnern sollte grundsätzlich folgende Vorzeichenvereinbarung beachtet werden:

Nördliche Größen	werden als	positive	Größen aufgefasst.
Südliche Größen	werden als	negative	Größen aufgefasst.
Östliche Größen	werden als	positive	Größen aufgefasst.
Westliche Größen	werden als	negative	Größen aufgefasst.

oder **kurz**:

N/E →+
S/W →-

0.4Umrechnungen

Grad- Bogenminuten- Bogensekunden

z.B.:

0,35°	*	60	=	21'
10'	/	60	=	0,167°
32"	/	60	=	0,53'
28'32"		32":60+28'	=	28,53'
28,53'	/	60	=	0,4755°
19°28'32"			=	19,4755°

0.5Nautische Formeln

Erforderliche Geschwindigkeit (v) [kn] = $\frac{d}{t}$, d = Distanz [sm] ; t = Zeit [min]

Abzulaufende Distanz (d) [sm] = $\frac{v*t}{60}$, v= Geschwindigkeit [kn]; t= Zeit [min]

benötigte Zeit (t) [min] = $\frac{d*60}{v}$, d= Distanz [sm]; v= Geschwindigkeit [kn]

abgelaufene Distanz (d_{Vsp}) [sm] bei Versegelungspeilung

oder:

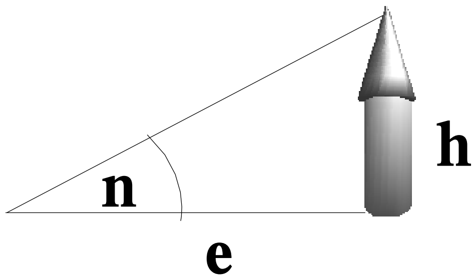
Querabstand (d_q) [sm] bei 45° - Peilung = $\frac{v*t}{60}$, v= Geschwindigkeit [sm]; t= Versegelungszeit [min]

Abstandsbestimmung

h:	Objekthöhe	n:	Höhenwinkel in Winkelminuten
Fh:	Feuerhöhe	є:	Höhenwinkel

Entfernung (e) [sm] = $\frac{\text{Höhe (h) [m]}}{\tan(\epsilon)\ [°]} * \frac{1}{1852}$

Entfernung (e) [sm] ≈ $\frac{\text{Höhe (h) [m]}}{\text{Winkel (n) [']}} * \frac{13}{7}$



Abstand (Feuer in der Kimm)

Entfernung (e) [sm] ≈ $2{,}075 \cdot (\sqrt{Fh/[m]} + \sqrt{Ah/[m]})$

Drehzeiten

$$\text{Zeit [s]} = \frac{\text{Drehzeit für 180° bzw. 90° Kursänderung [s]} * \text{Kursänderungswinkel}}{\text{180 bzw. 90}}$$

Fahrtfehler

$$\sin Ff = \frac{-v\,[kn] * \cos KrK\,[°]}{902{,}46 * \cos \varphi\,[°]}$$

oder

$$Ff = -0{,}0635 * \frac{v\,[kn] * \cos KrK\,[°]}{\cos \varphi\,[°]}$$

oder

$$\tan Ff = \frac{v\,[kn] * \cos rwK\,[°]}{902{,}46 * \cos \varphi\,[°] + v * \sin Kurs\,[°]}$$

v = Geschwindigkeit [kn];
KrK = Kreiselkurs [°];
rwK = rechtweisender Kurs
φ = Breite [°]

Merke:
Das Ergebnis ist

- auf Nordkurs immer negativ -
- auf Südkurs immer positiv +

1. Terrestrische Navigation

1.1Kursbeschickung

rwk in mgK / KrK

rwk	=	
- Mw	=	( )
mwK	=	
- Abl	=	( )
MgK	=	

KrA	=	
+Ff	=	
KrFw	=	

rwk	=	
- KrFw	=	
KrK	=	

Mgk / KrK in rwK

Abl	=	
+Mw	=	
MgFw	=	

MgK	=	
+MgFw	=	
rwk	=	

Abl	=	
+Mw	=	
MgFw	=	

KrK	=	
+KrFw	=	
rwK	=	

1.2 Stromrechnung

MgK/ KüG
MgK / KaK

MgK	=	
MgKFw	=	
rwK	=	
BW	=	
KdW	=	
BS	=	
KüG	=	

KrK / KüG
KrK / KaK

KrK	=	
KrFw	=	
rwK	=	
BW	=	
KdW	=	
BS	=	
KüG	=	

KüG/ MgK
KaK / MgK

KüG	=	
- BS	=	( )
KdW	=	
-BW	=	( )
rwK	=	
- Mw	=	( )
mwK		
- Abl		( )
MgK	=	

KüG/ KrK
KaK / KrK

KüG	=	
- BS	=	( )
KdW	=	
-BW	=	( )
rwK	=	
- KrFw	=	( )
KrK	=	

Hinweis: BW und BS können zu Bws zusammengefasst werden:

BW	=	
BS	=	
BWS	=	

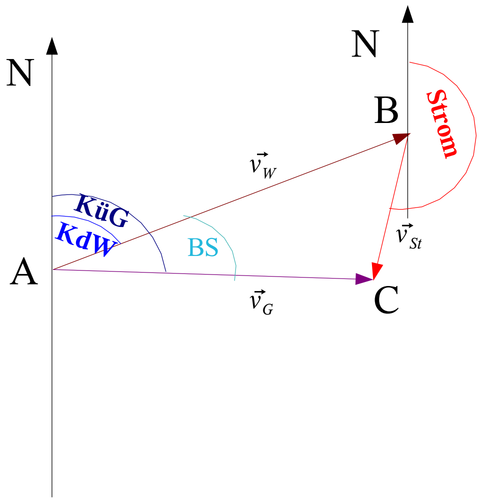
$\vec{v}_w = (FdW\,;KdW)$ $\quad$ $\vec{v}_{St} = (StG\,;StR)$ $\quad$ $\vec{v}_G = (FüG\,;KüG)$

$\vec{v}_w + \vec{v}_{St} = \vec{v}_G$

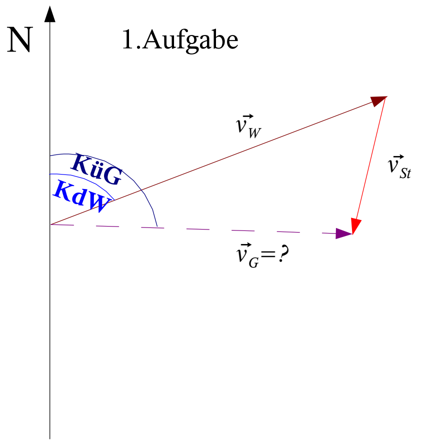
$$\sin(BS) = \frac{StG}{FdW} * \sin(StR - KüG)$$

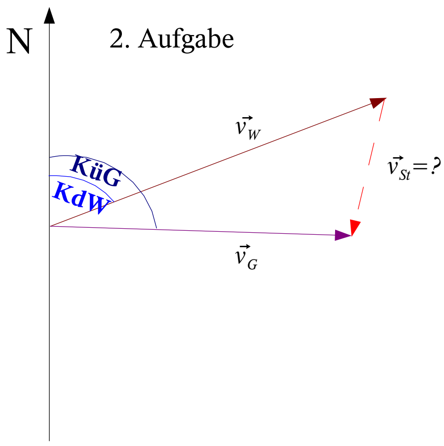
$$FüG = StG * \frac{\sin(StR + BS - KüG)}{\sin(BS)}$$

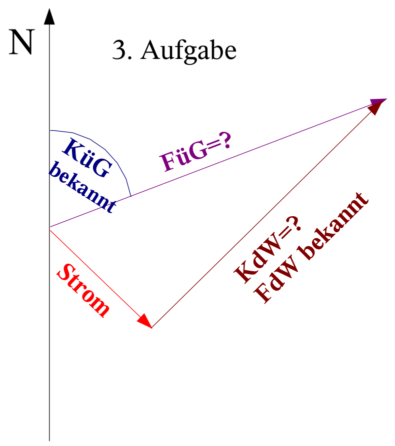
Zeichnerische Lösung Stromaufgaben



$\vec{v}_W = Vektor\ der\ Geschwindigkeit\ durchs\ Wasser$
$\vec{v}_{St} = Vektor\ der\ Stromgeschwindigkeit$
$\vec{v}_G = Vektor\ der\ Geschwindigkeit\ über\ Grund$
$KüG = Kurs\ über\ Grund$
$KdW = Kurs\ durchs\ Wasser$
$BS = Beschickung\ für\ Strom$







1.3Peilungsumwandelungen

MgP / KrP in rwP

Abl	=	für anliegenden MgK
Mw	=	
MgFw	=	

MgP	=
MgFw	=
rwP	=

KrA	=
Ff	=
KrFw	=

KrP	=
KrFw	=
rwP	=

rwP in MgP / KrP

Abl	=
Mw	=
MgFw	=

rwP	=
- MgFw	=
MgP	=

KrA	=
Ff	=
KrFw	=

rwP	=
-KrFw	=
KrP	=

SP in rwP und umgekehrt

rwK	=
SP	=
rwP	=

rwP	=
rwK	=
SP	=

1.4 Kompasskontrolle

Ablenkung

rwP	=	
- MgP	=	
MgFw	=	
-Mw	=	( )
Abl	=	

oder:

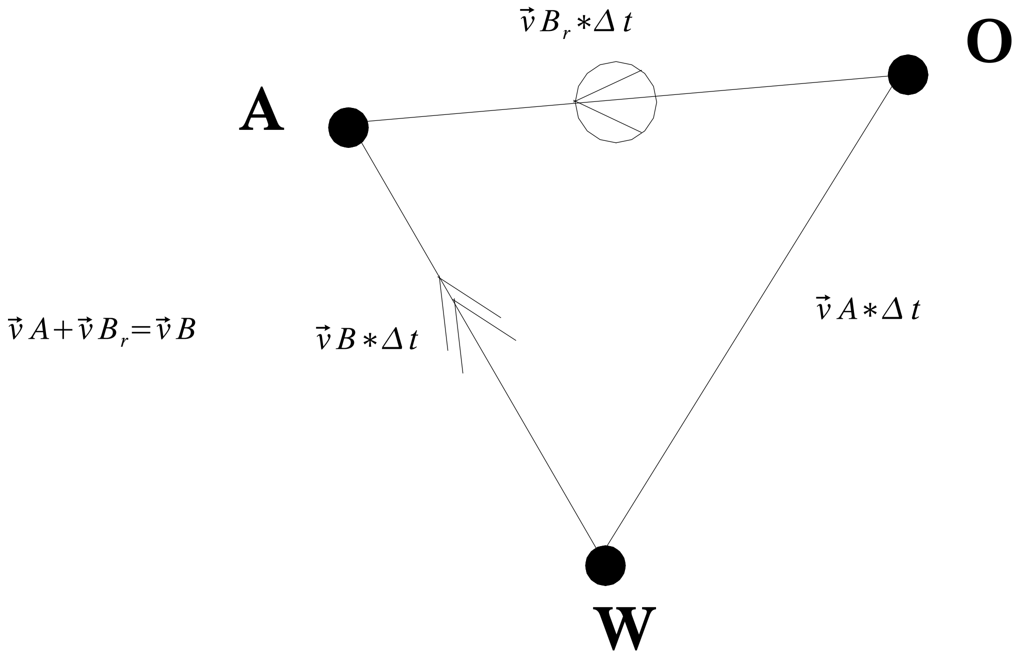
rwP	=	
-Mw	=	( )
mwP	=	
-MgP	=	( )
Abl	=	

Kreisel- R / Kompassvergleich

rwP	=	
- KrP	=	
KrFw	=	
- Ff	=	( )
KrR	=	

KrK	=	
KrFw	=	
rwK	=	
-MgK	=	
MgFw		
- Mw		( )
Abl	=	

1.4 Radarzeichnen

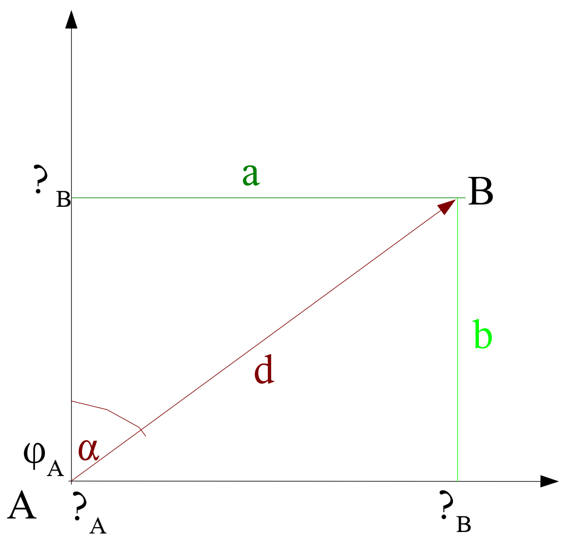


Mehr dazu in den Handouts „Taktische Navigation“ und „Radarplotten“.

1.5 Besteckrechnung

Die Besteckrechnung dient der Berechnung der Loxodrome (Kursgleiche). Bei Distanzen, die größer als **600 sm** sind, ist die **Besteckrechnung vergrößerter Breite** anzuwenden.
Die Besteckrechnung nach **Mittelbreite** ist ungenauer und deshalb nur über **kürzere Distanzen** anwendbar.

Das loxodrome Dreieck, wahres Kursdreieck:



Abweitung a: $a = d * \sin \alpha$
Breitenunterschied b: $b = d * \cos \alpha$
Längenunterschied l: $l = a / \cos \varphi_m$
Mittelbreite φ_M:
Kurswinkel α:
Distanz d:

1.5.1 Besteckrechnung nach Mittelbreite

1. Aufgabe der Besteckrechnung

Diese Aufgabe dient dem Aufmachen des Bestecks; man versteht darunter das Mitkoppeln.

gegeben:	φ_A	=	γ_A	=
	d	=		
	rwk	=		

gesucht:	φ_B	=	γ_B	=

Lösung:

1. $b = d * \cos\alpha$
2. $\varphi_B = \varphi_A + b$
3. $\varphi_m = \frac{\varphi_A + \varphi_B}{2}$
4. $l = \frac{d * \sin(\varphi)}{\cos(\varphi_M)}$
5. $\lambda_B = \lambda_A + l$

2. Aufgabe der Besteckrechnung

Diese Aufgabe entspricht dem Absetzen des Schiffsweges in der Seekarte, das als das Vorkopplen bezeichnet wird.

gegeben:	φ_A	=	γ_A	=
	φ_B	=	γ_B	=

gesucht:	d	=	rwk	=

Lösung:

1.	Mittelbreite berechnen:	$\varphi_m = \frac{\varphi_A + \varphi_B}{2}$
2.	Breitenunterschied:	$b = \varphi_B - \varphi_A$
3.	Längenunterschied:	$l = \lambda_B - \lambda_A$
4.	Abweitung:	$a = l * \cos(\varphi_M)$
5.	Kurswinkel:	$\tan(\alpha) = \frac{l * \cos(\varphi_M)}{b}$
6.	Distanz:	$d = \frac{b}{\cos(\alpha)}$

bei nördlichen Kursen: $-90° < \alpha = \alpha_r < 90°$
bei südlichen Kursen: $90° < \alpha = 180° + \alpha_r < 270°$

1.5.1 Besteckrechnung nach Mittelbreite

1. Aufgabe der Besteckrechnung

gegeben : Abfahrtsort, rwK/ KaK (α), FüG, Fahrzeit
gesucht : Bestimmungsort φ_B ; γ_B

φ_A =	γ_A =	KaK =	
$\Delta\varphi$ =	$\Delta\gamma$ =	QK =	
φ_B =	γ_B =	FüG =	
		d =	
		a =	
		b =	
		l =	
		φ_m =	

$$\boxed{\Delta\varphi[°]=\frac{b[sm]}{60} \qquad \Delta\lambda[°]=\frac{l[sm]}{60}} \qquad \varphi_m=\varphi_A+\frac{\Delta\varphi}{2}$$

b = d * cos φ a= d * sin φ l= a / cos φ_m

2. Aufgabe der Besteckrechnung

gegeben : Abfahrtsort, Bestimmungsort
gesucht : Bestimmungsort

φ_B =	γ_B =	KaK =	
$-\varphi_A$ =	$-\gamma_A$ =	QK =	
$\Delta\varphi$ =	$\Delta\gamma$ =	FüG =	
		d =	
		b =	
		l =	
		a =	
		φ_m =	
		N/E = +	
		S/W = -	

$$\boxed{\varphi_m=\frac{\varphi_A+\varphi_B}{2}} \qquad \boxed{a=l*\cos\varphi_m}$$

$$d=\frac{b}{\cos\varphi}=\frac{a}{\sin\varphi}=\sqrt{a^2+b^2}=\frac{\Delta\varphi*60}{\cos\varphi}$$

1.5.2Besteckrechnung nach vergrößerter Breite

$$\Phi = \frac{10800}{\Pi} * \ln \tan(45° + \frac{\varphi}{2}) \qquad \Delta\Phi = \frac{10800}{\Pi} * \ln \frac{\tan(45° + \frac{\varphi_B}{2})}{\tan(45° + \frac{\varphi_A}{2})}$$

1. Aufgabe der Besteckrechnung

gegeben : Abfahrtsort, KaK, FdW / FüG, Fahrzeit
gesucht : Bestimmungsort

φ_A =	Φ_B =	γ_A =
$\Delta\varphi$ =	$-\Phi_A$ =	$\Delta\gamma$ =
φ_B =	$\Delta\Phi$ =	γ_B =

KaK =
QK(α) =
FüG =
d =
b =
l =
N/E = +
S/W = -

$\boxed{b = d * \cos(KaK)}$ $\boxed{l = \Delta\Phi * \tan KaK}$

2. Aufgabe der Besteckrechnung

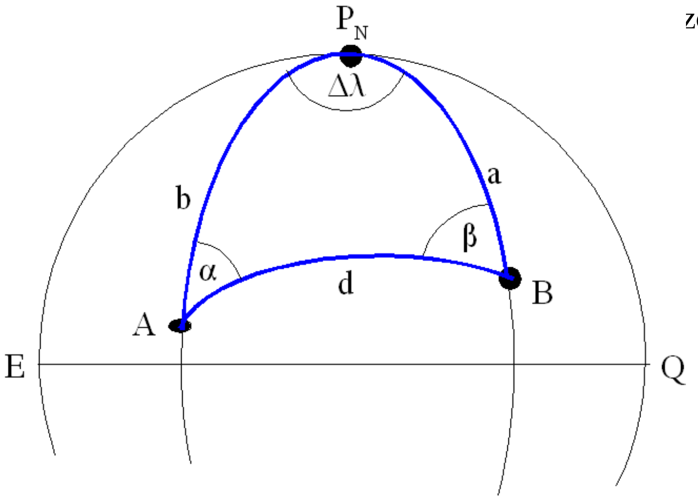
gegeben : Abfahrtsort, Bestimmungsort
gesucht : KaK/ KüG und Distanz

φ_B =	φ_A =	γ_B =
$-\varphi_A$ =	$\Delta\varphi$ =	$-\gamma_A$ =
$\Delta\varphi$ =	φ_B =	$\Delta\gamma$ =

rwK =
d =
QK =
b =
l =
N/E = +
S/W = -

$\boxed{\tan\alpha = l : \Delta\Phi}$ $\boxed{d = b : \cos\alpha}$

1.6 Großkreisrechnung



zeichnungen

α = Anfangskurs β = Endkurs d = Distanz

b= 90°-φ_A a=90°-φ_B

1.6.1 Großkreisdistanz

$$\cos d_G = \sin\varphi_A * \sin\varphi_B + \cos\varphi_A + \cos\varphi_B * \cos\Delta\lambda$$

$$sem\, d_G = sem\,\Delta\varphi + sem\, y \qquad mit: sem\, y = \cos\varphi_A * \cos\varphi_B * sem\,\Delta\lambda$$

1.6.2 Anfangskurs/ Endkurs

Anfangskurs ohne Kenntnis von d_G

$$\tan\alpha_r = \frac{\sin\Delta\lambda}{\tan\varphi_B * \cos\varphi_A - \sin\varphi_A * \cos\Delta\lambda}$$

Endkurs ohne Kenntnis von d_G

$$\tan\beta_r = -\frac{\sin\Delta\lambda}{\tan\varphi_A * \cos\varphi_B - \sin\varphi_B * \cos\Delta\lambda}$$

	α_R / β_R > 0	**α_R / β_R < 0**
$\Delta\lambda$ < 0	α_R / β_R + 180	α_R / β_R + 360
$\Delta\lambda$ > 0	α_R / β_R	α_R / β_R + 180

Anfangskurs nach Ermittlung von d_G

$$\cos\alpha_r = \frac{\sin\varphi_B - \cos d_G * \sin\varphi_A}{\cos\varphi_A * \sin d_G}$$

bei östlichen Kursen	0°	<	$\alpha = \alpha_R$	>	180°
bei westlichen Kursen	180°	<	$\alpha = 360° - \alpha_R$	>	360°

Anfangskursbestimmung mit den ABC- Tafeln

$$-\frac{\tan\varphi_A}{\tan\Delta\lambda} + \frac{\tan\varphi_B}{\tan\Delta\lambda} = \frac{1}{\tan\alpha * \cos\varphi_A}$$

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{C}$$

φ_A= Tafelbez. LAT
φ_B= Tafelbez. DEC
$\Delta\lambda$= Tafelbez. LHA
α= Tafelbez. Az

1.6.3 Scheitelpunkt

(Berechnung des dem Abfahrtsort geographisch am nächsten gelegenen Scheitelpunktes)

$$\cos|\varphi_S| = |\sin\alpha * \cos\varphi_A|$$

$$\tan\Delta\lambda_S = \frac{1}{\sin\varphi_A * \tan\alpha}$$

$$\cos|\Delta\lambda_S| = \frac{\tan\varphi_A}{\tan\varphi_S}$$

$$\lambda_S = \lambda_A + \Delta\lambda_S$$

φ_S ist mit φ_A gleichnamig
($\Delta\lambda_S$ ist der Längenunterschied zum geographisch nächstgelegenen Scheitelpunkt)

(Bei polwärtigem Anfangskurs ist $\Delta\lambda_S$ für östliche Kurse positiv, für westliche Kurse negativ

1.6.4 Meridian- Schnittpunkte

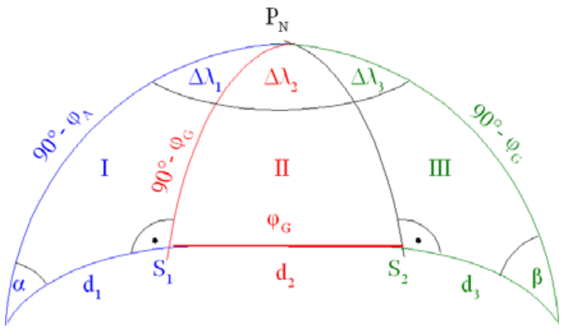
$$\tan\varphi_M = \tan\varphi_S * \cos(\lambda_M - \lambda_S)$$

λ_M ist die geographische Länge des vorgegebenen Meridians, φ_M die geographische Breite des Schnittpunktes des Großkreises mit λ_M)

1.6.5 Mischsegeln

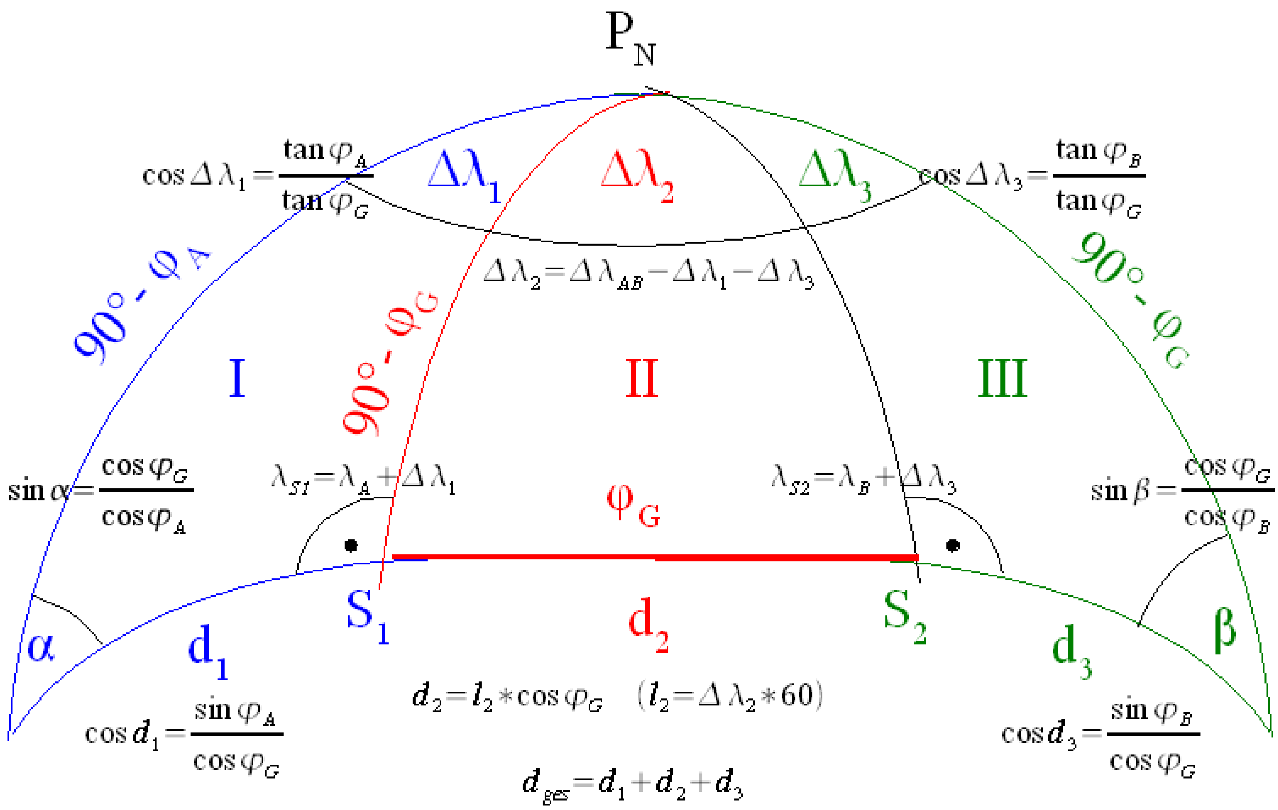
Mischsegeln wird angewandt, wenn eine maximale Breite z.B. wegen Eisgefahr, nicht überschritten werden soll.
Es werden dann drei Teilstücke abgefahren:

I. Großkreis bis zum Erreichen der Grenzbreite,
II. Kurs 090° oder 270° auf der Grenzbreite,
III. Großkreis bis zum Zielort



$$\sin\alpha = \frac{\cos\varphi_G}{\cos\varphi_A} \qquad \cos d_1 = \frac{\sin\varphi_A}{\sin\varphi_G}$$

Die Herleitungen der übrigen Größen erfolgt analog und werden hier nicht weiter ausgeführt.
Die Formeln im Überblick:



Anmerkungen:

- Die Distanzen ergeben sich als Winkel und sind mit 60sm /° malzunehmen.
- Die Kurswinkel α und β ergeben sich viertelkreisig und sind entsprechend folgendem Schema zu beschicken:

	$\varphi_A > 0$	$\varphi_A < 0$	$\varphi_B > 0$	$\varphi_B < 0$
östliche Kurse	α	180 - α	180 - β	β
westliche Kurse	360 - α	180 + α	180 + β	360 - β